

光で見る量子ホール効果

森本 高裕、池辺 洋平、島野 亮、青木 秀夫¹

¹ 東京大学大学院 理学系研究科物理学専攻

(Dated: January 12, 2011)

量子ホール効果は 30 年の歴史をもつが、最近「光で見る量子ホール効果」が理論的に提案された。これは、ホール効果を直流伝導ではなく、光学ホール伝導度で見たときに、応答が電子密度（磁場）に対して階段的に変化する現象である。一方、テラヘルツ領域での光物性の進歩が近年目覚ましい。最近、上記の光学量子ホール効果が GaAs/AlGaAs ヘテロ構造の 2 次元電子系において、ファラデー回転という磁気光学信号として観測された。通常の静的な整数量子ホール効果では電子の局在が重要な役割を果たしているが、局在の影響が交流応答、特にテラヘルツ帯（量子ホール効果の典型的なエネルギー・スケール）でどうなるかは未知の領域であった。この最近の進展について、理論・実験両面から解説する。

I. 光学ホール伝導度と量子ホール効果

量子ホール効果の中で最初（1980 年）に発見された整数量子ホール効果は長年の歴史をもつが、もう新しいことは出尽くしたであろうか。ここでは、光応答に焦点を当てた新たな展開を紹介したい。量子ホール系では、これまでには主に、電極をつけたときのような伝導を示すかという静的な輸送の性質が調べられてきた。それでは、量子ホール系に（レーザー）光を当てるとどう応答するだろうか。光のエネルギー帯としては、量子ホール系のエネルギー・スケールはテラヘルツ光領域に当たる。近年、テラヘルツ光の実験技術は長足の進歩をしているので、量子ホール系の光応答を議論することが現実的になってきた。整数量子ホール効果は DC ホール伝導度が量子化し平坦な構造（プラトー構造）を示す効果であったが、光、つまり AC でみると整数量子ホール効果やプラトーはどうなるのだろうか。本稿では、量子ホール効果を光で見ると、プラトー構造は残るという最近の理論的提案¹や、さらに最近、それを受けて実行されたテラヘルツ光による実験²を解説する。

量子ホール効果と光 — 電子を 2 次元空間に閉じ込めることは、半導体において、先ず MOS と呼ばれる構造、その後、半導体ヘテロ構造で実現された。これに強磁場をかけると、ホール効果（磁場中で、磁場と電場に垂直な方向に電流・電圧が発生する現象）が生じるが、2 次元電子系では、ホール伝導度が電子の素電荷 e とプランク定数 h だけで与えられる e^2/h という量の整数倍に量子化される、というのが整数量子ホール効果である。2 次元の電子密度（単位面積あたりの電子数）を変えてゆくと、ホール伝導度は階段状に変化し、驚くことに系の不規則性などの詳細に依らず段の高さが量子化される。量子ホール効果は 1985 年にノーベル賞が与えられ、その後、基礎物理として物性物理の一大分野へと成長していった。さらに、この量子化は非常に精密なので、1990 年からは量子ホール効果が世界的な抵抗標準に定められる、など日常的にも大事なものである。しかし、これまでは直流伝導度測定という静的性質の研究が殆どであった。そこで、我々は、「量子ホール効果を光で見たらどうなるだろう」という疑問をもち、量子ホール系の光応答（光学ホール伝導度）を理論的に調べた¹。静的な量子ホール効果は微分幾何学的な理由付け（トポロジカルな理論と呼ばれる）が可能であるが、これは AC ホール効果には適用できない。つまり、量子ホール効果は光（AC）でゆさぶると壊れそうに一見思えるのに、理論計算の結果、意外なことに、階段状の構造（プラトー）が光学ホール伝導度に現れることが予言される。段の高さ

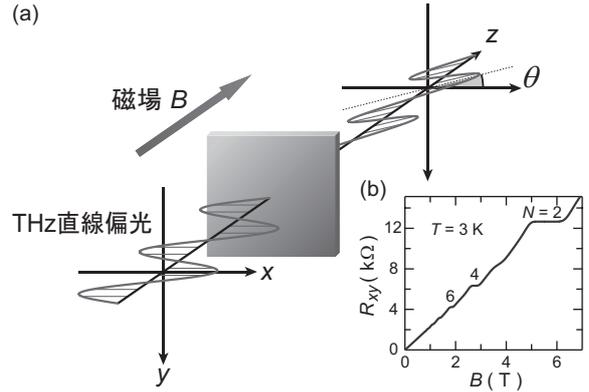


FIG. 1: (a) 偏光測定概念図。(b) 実験に用いた GaAs/AlGaAs2 次元電子系における直流の量子ホール抵抗。²

は AC においては量子化値からずれるものの、階段構造自身が何故 AC でも起きるのかに興味もたれる。通常の量子ホール効果が生じる理由は、不規則性のために散乱された電子の波が干渉して動けなくなってしまうアンダーソン局在の理論へと遡る⁴。磁場中 2 次元電子系では、殆どの状態が局在して伝導に寄与しなくなるが、各ランダウ準位の中心に非局在状態が残るために、階段構造が発生する。以下で解説するように、プラトー構造が光領域にまで拡張されることは予想されていなかったが、局在の効果を光学ホール伝導度にまで拡張すると、見出された階段状の振舞いが物理的に理解される。

ファラデー回転で見る物性 — 「光で見る量子ホール効果」といっても、それは実験で観測できるだろうか。量子ホール系での電子のエネルギー・スケールはサイクロトロン・エネルギーであり、これは典型的な 10 T の強磁場に対してフォトン・エネルギー（ ~ 10 meV）としてはテラヘルツ (THz) 領域となる。レーザー光の技術は近年急速に発展をみせており、特に THz 領域の光発生・測定技術が最近のハイライトとなっている。磁場中のホール効果については、静的伝導ならホール電極を付ければよいが、光ではどうしたらよいか。実は、「ファラデー回転」という光学現象を使えば、光学ホール効果が観測できる。子供の頃に、方解石を通して文字を見ると、文字が二重に見えることにびっくりしたであろう。光の偏光の方向により屈折率が異なるための現象である。電子系に磁場をかけると同様なことが起き、この場合は直線偏光を当てると、透過光の偏光

面が回転する（ファラデー回転）。静的ホール伝導の測定では、 z 方向に磁場、 x 方向に電場をかけた時、 y 方向にホール電流が誘起されるが、ファラデー回転の場合は z 方向の磁場中で、入射 x 偏光の電場に電子が応答し、電子が入射電場に垂直な y 方向の偏光を放出し、その結果、偏光面が回転する（図 1）。この回転角が光学ホール伝導度に比例するために、ファラデー回転を使って光学ホール伝導度を観測できる訳である。実験的には、磁場もしくは系の電子密度を変えながらファラデー回転の大きさを測定し、後述のように静的量子ホール効果で見られたような階段状のプラトー構造が観測された。面白いことに、この跳びの段差が、低周波数領域では「微細構造定数」 $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c)$ という量子電気力学の基本物理定数の程度となり、サイクロトロン共鳴に近づくときと大きくなる。

II. 2次元電子系での光学ホール伝導度の理論

2次元電子系の振る舞いは、

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m^*} \pi^2 + V(\mathbf{r})$$

というハミルトニアンによって記述される。ここで m^* は電子の有効質量、 $\pi = \mathbf{p} + e\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{p} = (p_x, p_y)$ は運動量、 \mathbf{A} は一様で定常な外部磁場 $\mathbf{B} = \text{rot}\mathbf{A}$ を表すベクトル・ポテンシャル、そして $V(\mathbf{r})$ は不純物から生じるランダム・ポテンシャルで、このために散乱された波動関数が干渉しあうことで局在が生じる。

このハミルトニアンに対して、局在効果を取り入れるために、有限系に対する厳密対角化法によって全固有エネルギーと全波動関数を求め、これを用いて久保公式によって光学ホール伝導度

$$\sigma_{xy}(\omega) = \frac{i\hbar e^2}{L^2} \sum_{\substack{\epsilon_a < \epsilon_F \\ \epsilon_b \geq \epsilon_F}} \frac{1}{\epsilon_b - \epsilon_a} \left(\frac{j_x^{ab} j_y^{ba}}{\epsilon_b - \epsilon_a - \hbar\omega} - \frac{j_y^{ab} j_x^{ba}}{\epsilon_b - \epsilon_a + \hbar\omega} \right) \quad (1)$$

を、フェルミ・エネルギー ϵ_F と周波数 ω の関数として求めることができる。ここで、 ϵ_a は固有エネルギー、 j_x^{ab} は電流演算子の行列要素、 L は系のサイズである。この計算を多く（～数千）のランダム・ポテンシャルに対して行い、それらを集団平均することで観測量に対応する光学ホール伝導度を得る。

図 2 に示すのが計算結果で、 σ_{xy} の実部を (ω, ϵ_F) 平面上でプロットした。 $\omega = 0$ 線上のデータは静的な整数量子ホール効果に対応する。結果を見てすぐ分かる二つの特徴は、(i) フェルミ・エネルギー ϵ_F を固定して、周波数 ω を変化させながら $\sigma_{xy}(\omega, \epsilon_F)$ をみると、サイクロトロン周波数のところでサイクロトロン共鳴構造が現れる。(ii) 周波数 ω を固定して、 ϵ_F を変化させながら $\sigma_{xy}(\omega, \epsilon_F)$ をみると、DC でみられたような階段構造が有限の周波数でも意外と強固に保たれている。AC 領域では階段の高さは e^2/h の整数倍からはずれ、周波数がサイクロトロン共鳴に近づくにつれはドルーデ模型のように共鳴的に増大するが、ある程度の周波数まではプラトー構造が残る訳である。

不純物がないクリーンな系では、光学ホール伝導度の久保公式は $\sigma_{xy}(\omega) \rightarrow n \frac{e^2}{h} \frac{\omega_c^2}{\omega_c^2 - \omega^2}$ と書き換えられる。 n は整数（ ϵ_F を変化させた際に階段状に変わる）であり、 ω 依

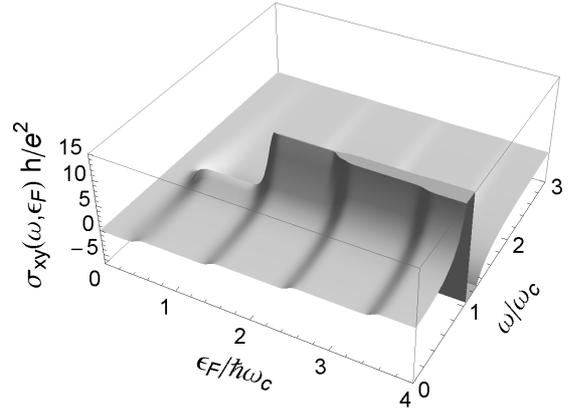


FIG. 2: 量子ホール系（磁場中の2次元電子系）に対する、光学ホール伝導度 $\sigma_{xy}(\epsilon_F, \omega)$ の理論結果を ϵ_F, ω に対してプロット。磁場の大きさは、サイクロトロン周波数 $\omega_c = eB/m^*$ に含まれる。¹

存性はサイクロトロン共鳴を表す。不純物が入ったときでも、DC 極限では n がトポロジカルな理由から整数になることが保証されるため、量子ホール効果となるのであるが、AC 応答については、伝導度の表式がトポロジカル不変量とはならないために整数とはならない。実際、サイクロトロン共鳴に近づくにつれてずれる。ずれるのにプラトー構造（図の、左右方向（ ϵ_F ）に平坦な段）が光学応答でも残る。

局在と動的スケールリング— 光学領域でのプラトー構造を局在で理解したいが、そもそもこのようなプラトー構造は、例えば試料サイズを指定して、光の周波数 ω や系のサイズ L を変化させたときにどの程度強固なのだろうか。これを系統的に見るには、局在問題の定番であるスケールリング、特に今の場合は AC 応答の問題であるから動的スケールリング解析が必要となる。スケールリングというのは、静的な局在問題においては、有限不規則系での局在長が、系のサイズ L を無限系での局在長 $\xi(\propto (\epsilon - \epsilon_N)^{-\nu}, \epsilon_N$ はランダウ準位の中心、 ν は局在の臨界指数) でスケールした無次元量の普遍的な関数で表される、という仮説であり、これを動的に拡張したものでは、もう一つの長さスケール $L_\omega \sim 1/\omega^{1/2}$ （光電場が1周期変わる間に電子が動く距離の目安、 z は動的臨界指数とよばれる）が導入される。これにより、 $\sigma_{xy}(\omega) = F(L/\xi, L_\omega/\xi)$ と表される（ F は普遍的な関数）というのが動的スケールリング仮説である。

この動的スケールリングが成り立つなら、光学ホール伝導度に現れる一つのプラトーから隣のプラトーに移り変わる崖崩れの幅 W は、 $W(\omega, L) = L^{-1/\nu} f(\omega L^z)$ となるはずである。計算結果が図 3 で、様々な周波数 ω や系のサイズ L に対するデータが、 $W^{-1}(\omega, L)L^{-1/\nu}$ を ωL^z に対してプロットし直すことにより一本の線に乗るようになり、スケールリング仮説がうまく当てはまっている、つまり系が局在の物理に支配されていることを示唆している。以上をふまえると、AC プラトー構造が存在する直感的な理由は次のようになる。まず、低周波数領域では L と局在長 ξ の兼ね合いが幅 W を決め、周波数依存性は殆ど無い（DC 領域）。一方、周波数が高くなってきて $L_\omega < L$ となると光学応答は L_ω によって支配されるようになり（AC 領域）、

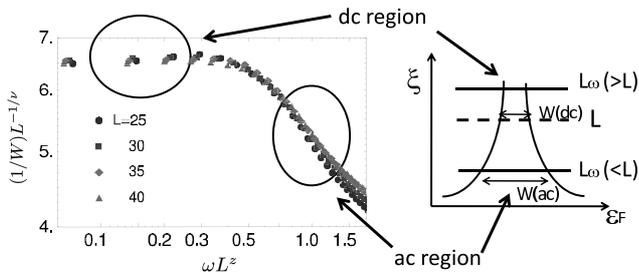


FIG. 3: 光学ホール伝導度に対する動的スケーリング・プロット。右は ξ , L_ω , W の関連を示す。³

局在長が L_ω より大きい状態は伝導に寄与する一方、局在長が L_ω より小さい状態は光電場に追従できないので伝導に寄与せず、そのためプラトー構造を示す。周波数を増やしてゆくと $L_\omega \sim 1/\omega^{1/z}$ が小さくなるので幅 W は広がってプラトーがぼけてゆく。このような L_ω が応答を支配している AC 領域が THz 領域に対応する。

III. THz ファラデー回転の実験

それでは、実験的にどのようにファラデー回転角から光学ホール伝導度 $\sigma_{xy}(\omega)$ が求まるのか解説しよう。ファラデー効果が生じると、透過光は主軸の傾いた楕円偏光となる。十分薄い薄膜試料が屈折率 n_{sub} の基板の上にあると（2次元電子系での実験がこれに相当する）、ファラデー回転角（主軸が入射直線偏光面となす角度） $\theta(\omega)$ と楕円率 $\eta(\omega)$ は $\sigma_{xy}(\omega)$ を用いて

$$\theta(\omega) + i\eta(\omega) \simeq \frac{1}{(1 + n_{\text{sub}})c\epsilon_0} \sigma_{xy}(\omega) \quad (2)$$

のように表すことができる⁵。ここで c は光速、 ϵ_0 は真空の誘電率である。この関係を用いるとファラデー効果の測定から光学ホール伝導度を決定できる。さて図2の理論結果のグラフを見ると、 $\sigma_{xy}(\omega)$ にプラトー的な構造が残り、その値が（サイクロトロン共鳴周波数の近傍を除けば） e^2/h 程度となっている。このことは、ファラデー回転角が微細構造定数 $\alpha (= e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) \simeq 1/137)$ を用いて $-2\alpha/(1 + n_{\text{sub}})$ 程度（最後の因子は、試料/基板界面での境界条件から生じる）、即ち mrad のオーダーになるということを意味する。

実験技術的には、THz 周波数帯や遠赤外領域でのこのような高感度の偏光分光を行うことは困難であったが、近年の THz 時間領域分光法 (THz-TDS) の発達によって可能となってきた⁶⁻⁸。我々が具体的に用いた実験配置を図4(a)に示す。THz 波パルスは半導体 InAs 表面にフェムト秒パルスを照射することにより発生させ、試料透過後の THz 波パルスの時間波形を、ZnTe 結晶を用いた電気光学サンプリング法により検出する。用いた THz 波パルスは図4(b)に示すような時間波形をしており、そのフーリエ変換（図4(c)）から $1 - 10 \text{ meV}$ ($0.3 - 2.5 \text{ THz}$) の周波数成分を持っていることがわかる。磁場中にある試料に直線偏光（図1の x 方向）を持つ THz 波パルス（図4(b)）を入射させると、ファラデー効果により透過光の偏光面が回

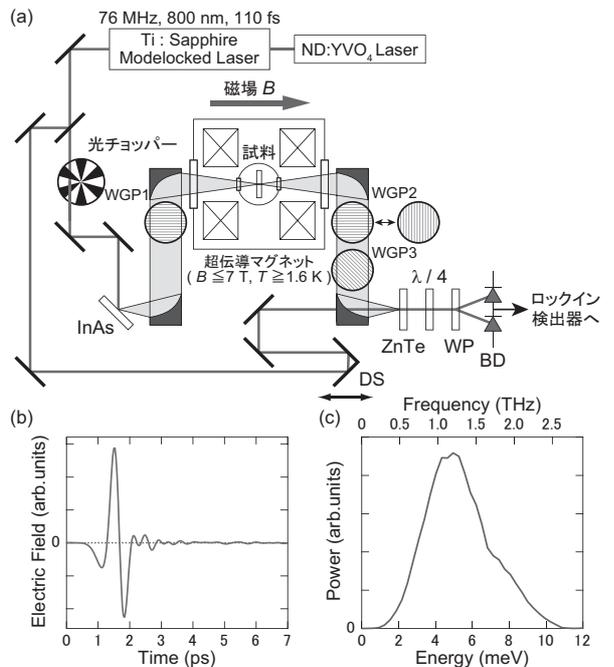


FIG. 4: (a) 透過型テラヘルツ偏光分光測定系の実験配置。WGP: ワイヤグリッド偏光子, $\lambda/4$: $\lambda/4$ 波長板, WP: ウォラストン・プリズム, DS: 光学遅延ステージ, BD: 差動検出器。(b) 入射テラヘルツ・パルスの時間波形と、(c) そのフーリエ変換。

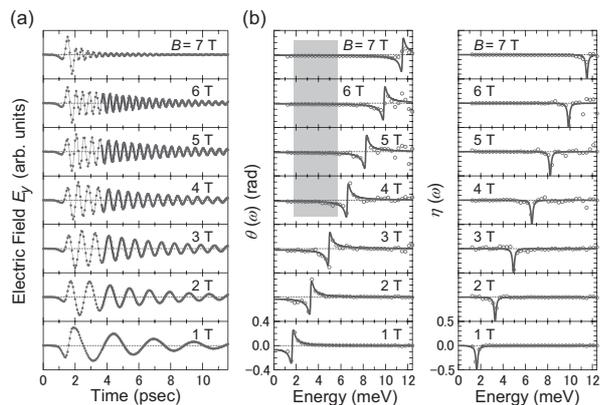


FIG. 5: (a) 3 K における垂直成分の透過テラヘルツ電場の時間波形。実線：自由誘導減衰の式 $E_y(t) \propto \exp(-t/\tau) \sin(\omega_c t)$ によるフィッティング。(b) ファラデー回転角 $\theta(\omega)$ と楕円率 $\eta(\omega)$ のエネルギー依存性。実線：ドルーデ模型による計算値。²

転し、入射偏光に垂直な成分（図1の y 方向） $E_y(t)$ が生じる。これを試料の後ろに置いた偏光子（検光子）により抽出して測定する。検光子の方位を入射直線偏光に対して垂直にするとファラデー効果による僅かな偏光回転を高感度に検出することができる（クロスニコル配置と呼ぶ）。我々が開発した測定系では 0.2 mrad を超える検出感度角が得られている。⁹ この分解能は、50m 先にある 1 cm のものを見分ける角度に相当する。

量子ホール試料には変調ドープ GaAs/AlGaAs ヘテロ

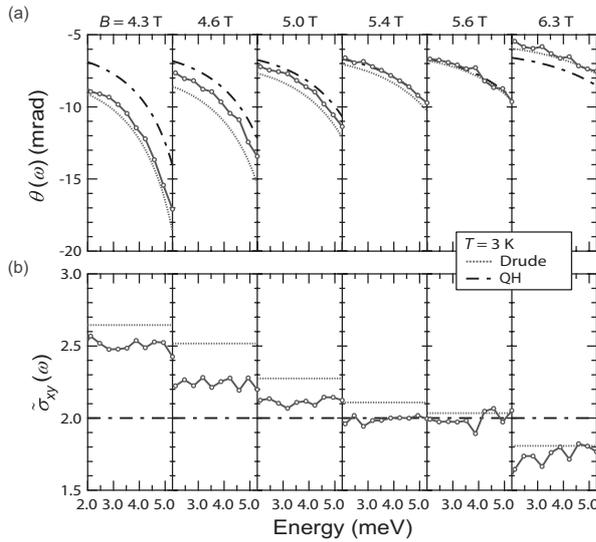


FIG. 6: (a) ランダウ準位占有率 $\nu = 2$ ($B = 5.6$ T) 近傍におけるファラデー回転角 $\theta(\omega)$ のエネルギー依存性．(b) サイクロトロン共鳴因子で規格化したホール伝導度 $\tilde{\sigma}_{xy}(\omega)$ のエネルギー依存性．点線（一点鎖線）：ドルーデ模型（量子ホール的な極限）における計算値．²

構造を用いた．2次元電子系は GaAs 界面に形成される．直流伝導測定により決定したキャリア面密度は $n = 2.7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ，易動度は $\mu = 3.6 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ であり，試料サイズは 1 cm 四方である．図 5(a) にこの 2次元電子系によって生じたファラデー効果をクロスニコル配置で測定した結果を示す．入射パルス幅よりも十分長い減衰振動波形 $E_y(t) \propto \exp(-t/\tau) \sin(\omega_c t)$ が観測されている．振動の周期はサイクロトロン周波数 $\omega_c = eB/m^*$ （磁場を増やすと短くなる）に対応し，振動の減衰時間 τ は易動度に対応している．同様に水平成分 $E_x(t)$ も測定すると，透過波の電場ベクトル $(E_x(t), E_y(t))$ を決定することができる．次にこれらの透過電場の時間波形をフーリエ変換すると，各周波数成分に対するファラデー回転角 $\theta(\omega)$ と楕円率 $\eta(\omega)$ を， $E_y(\omega)/E_x(\omega) = (\sin\theta + i\eta \cos\theta)/(\cos\theta - i\eta \sin\theta)$ の関係式から決定することができる．その結果を図 5(b) に示す．サイクロトロン共鳴周波数において $\theta(\omega)$ は分散構造を， $\eta(\omega)$ は共鳴吸収構造を示していることがよくわかる．図 5(b) の実線は，光学ホール伝導度が先ずは古典的なドルーデ模型 $\sigma_{xy}(\omega) = (ne^2/m^*)\omega_c/[(\omega + i/\tau)^2 - \omega_c^2]$ で表されると仮定して，これに直流の抵抗率測定から求めたキャリア面密度を代入して式 (2) により求めた曲線であり，実験結果を大雑把には再現している．

ここで図 5(b) 中の網がけた周波数領域を拡大してみたのが図 6(a) である．図中の点線はドルーデ模型でのフィットで，実験結果はこれから有意にずれている．一方，一点鎖線は量子ホール的な極限の値を表している．ここで量子ホール極限とは，直流ホール伝導度がプラトー領域でランダウ準位の占有率 $\nu = nh/(eB)$ によらず量子化されることに着目し，ドルーデ模型の $nh/(eB)$ を整数 N で置き換えた

$$\sigma_{xy}(\omega) = N \times \frac{e^2}{h} \frac{\omega_c^2}{(\omega + i/\tau)^2 - \omega_c^2} \quad (3)$$

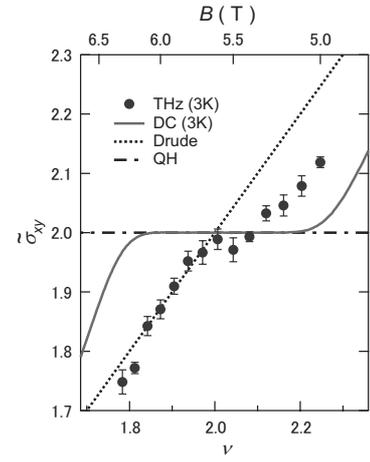


FIG. 7: 規格化された光学ホール伝導度 $\tilde{\sigma}_{xy}(\omega)$ のランダウ準位占有率 $\nu(\propto 1/B)$ 依存性 (●)．実線：DC ホール伝導度．点線：ドルーデ模型，一点鎖線：量子ホール的な極限による計算値．²

により定義している．ここでそれぞれの模型でのホール伝導度の磁場依存性を考えてみよう．ドルーデ模型では，キャリア面密度は一定であり，また量子ホール効果が生じるような高易動度の系では緩和定数 $1/\tau$ がサイクロトロン共鳴周波数 ω_c よりも十分小さい．このため，サイクロトロン共鳴よりも十分低周波数 $\omega \ll \omega_c$ の領域では， $|\sigma_{xy}(\omega)|$ ，従って $|\theta(\omega)|$ は磁場の増加とともに概ね $\sim 1/B$ で単調減少する．比較的サイクロトロン共鳴に近くても，図 6(a) に示すようにドルーデ模型では $|\theta(\omega)|$ は磁場とともに単調減少する．一方，上に定義した量子ホール極限の場合は，キャリア面密度 (n) ではなく占有率 ($nh/(eB)$) を整数値 N に置き換えた振舞いである．このため， $\omega \ll \omega_c$ では $\sigma_{xy}(\omega)$ はとびとびの値 $-Ne^2/h$ をとることになる（緩和定数は無視した）．このとき式 (2) から明らかなようにファラデー回転角 $\theta(\omega)$ は磁場に依存せず微細構造定数 α で表される定数となる．このように，ランダウ準位間エネルギーに相当する高周波数の応答が，キャリア面密度 n 依存という（ドルーデ的）振舞いをするか，あるいは占有率一定という振舞いの方向にずれるかを実験結果でみると，ランダウ準位の占有率¹⁰²に相当する 5.6 T 近傍で実際に回転角が（1 mrad 程度のわずかな違いであるが）ドルーデ模型の値からずれて，量子ホール極限の値へと漸近していくことがわかる．この兆候をより見やすくするために，実験で観測されたホール伝導度からサイクロトロン共鳴の因子 $(e^2/h)\omega_c^2/[(\omega + i/\tau)^2 - \omega_c^2]$ を除去した，“規格化”ホール伝導度 $\tilde{\sigma}_{xy}(\omega)$ をみてみよう（図 6(b)）．明らかに磁場 5.6 T のあたりで磁場によらず一定の値 2 に停留していることがわかる．またこの磁場領域でファラデー回転角の低周波数領域に注目すると（図 6(a) $B = 5.4$ T, 5.6 T），回転角は磁場によらずに -6.3 mrad 程度という一定の値を取っている．この値は量子ホール極限における値 $\theta \simeq -2N\alpha/(1 + n_{\text{sub}}) \simeq -6.3$ mrad ($N = 2$, $\omega \ll \omega_c$, $n_{\text{sub}}(\text{GaAs}) = 3.6$) に他ならず，回転角が微細構造定数 α の程度で与えられていることを示している．

次に，規格化ホール伝導度 $\tilde{\sigma}_{xy}$ をランダウ準位の占有率 $\nu(\propto 1/B)$ の関数としてプロットすると図 7 のようになる．光学ホール伝導度は磁場 5.4 T から 5.6 T の領域で一

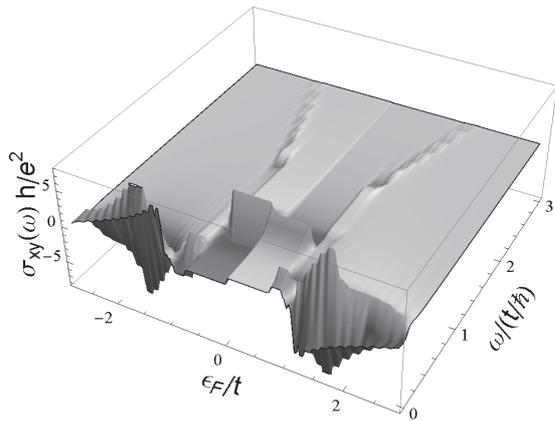


FIG. 8: 磁場中のグラフェンに対する、光学ホール伝導度 $\sigma_{xy}(\epsilon_F, \omega)$ の理論結果を ϵ_F, ω に対してプロット。磁場の大きさは、サイクロトロン周波数 $\omega_c = v_F \sqrt{2eB/\hbar}$ に含まれ、エネルギーは炭素間ホッピング $t \simeq 2.7\text{eV}$ で規格化。¹³

定の値 2 をとり、直流の応答と同じように THz 帯でも量子ホール効果に起因するプラトー的な構造が現れている。

この結果は、ランダウ準位間遷移を生じるような THz 周波数帯においても、理論の部分で説明した局在の効果が無視できないことを示唆している。ピコ秒という非常に短い振動周期を持つ THz 電磁波に対し、電子局在の効果が影響しプラトー構造を与えることは興味深い。前述のスケール理論によれば、これはサイクロトロン共鳴周波数近傍でも動的な長さスケール L_ω よりも局在長 ξ が短くなる状態が存在していることを示している。図 7 をみると、光学ホール伝導度に見られるプラトーの幅は直流の場合よりも狭くなっていて、これは L_ω の周波数依存性を反映していると考えられるが、プラトーの幅が、より広い帯域でどのようになるかを明らかにすることは、動的スケールリングの観点からも今後の重要な課題である。

IV. グラフェンの光学ホール伝導度

最近、物性物理の分野でハイライトの一つとなっているのはグラフェンで、これは蜂の巣格子をなす炭素原子であり、3 次元的なグラファイトから原子一層をはがしたものである。半導体においては、2 次元電子系は界面にできるが、グラフェンでは原子一層という 2 次元系であるが、よ

り重要なこととして、グラフェンでは、フェルミ・エネルギー近傍の有効ハミルトニアンが、質量ゼロのディラック粒子と同じ形 ($H = v_F \sigma \cdot \pi$) (σ はパウリ行列) となり、様々に特異な物性が発生し、現在基礎物理として一大分野を拓きつつある¹¹。実際、質量ゼロのディラック粒子や蜂の巣格子系における整数量子ホール効果が、通常とは異なる異常なものであることは以前から理論的には知られていたが¹²、現実の試料は 2004-2005 年にイギリスのガイム (Geim) の研究グループが初めて作成に成功し、異常な量子ホール効果も観測され、旋風が巻き起こった。その後異例の早さで 2010 年のノーベル賞に輝いた。グラフェンの量子ホール効果で特に興味をもたれるのは、フェルミ・エネルギーがディラック点近傍にある場合には、電子と正孔、つまり粒子と反粒子が混ざった状態が、磁場中では特異なランダウ量子化を形成するためである。グラフェンのランダウ準位は、通常とは異なり、ランダウ指数 n ではなく \sqrt{n} に比例 (不等間隔) であり、磁場の強さ B ではなく \sqrt{B} に比例 (サイクロトロン・エネルギーが B に比例しない)。このような場合に光学ホール伝導度がどうなるかにも興味をもたれるので、我々はグラフェンにおいても光学ホール伝導度の理論計算を行った¹³。プラトー構造は、AC 領域でもやはり顕著に現れ、但し、サイクロトロン共鳴周波数は、上記のグラフェン・ランダウ準位構造を反映した位置に現れることが分かる (図 8)。グラフェンでフェラーデー回転を測る実験も始まっているので¹⁴、この効果の実験的検証も待たれる。

V. おわりに

光は、最近の物性物理のキーワードの一つであるが、本稿では、量子ホール系の光応答について、理論と実験が絡む先端の話題を、理論家と実験家の共著により紹介した。このような磁気光学応答といった方向性には、レーザー光技術やグラフェンなど新奇物質の発展ともあいまって、さらにおもしろい現象が待ち構えていることが期待される。最後に、ここで紹介した研究での共同研究者である初貝安弘、Yshai Avishai、岡本 徹、研富龍一の各氏に感謝したい。また本理論研究は、科学研究費基盤研究 B「対称性の破れを伴わない量子液体相・幾何学的位相による理論とその応用」からの援助を受け、また本研究で用いた THz 偏光分光法の開発は科学技術振興機構さきがけ研究「高感度テラヘルツ光学活性計測技術の開発」の支援を受けて行われた。

¹ T. Morimoto, Y. Hatsugai, and H. Aoki, Phys. Rev. Lett. **103**, 116803 (2009).

² Y. Ikebe, T. Morimoto, R. Masutomi, T. Okamoto, H. Aoki, and R. Shimano, Phys. Rev. Lett. **104**, 256802 (2010).

³ T. Morimoto, Y. Avishai, and H. Aoki, Phys. Rev. B **82**, 081404(R) (2010).

⁴ 安藤恒也 (編)「量子効果と磁場」(丸善, 1995)。

⁵ R. F. O'Connell, and G. Wallace, Phys. Rev. B **26**, 2231 (1982).

⁶ B. Parks, S. Spielman, J. Orenstein, D. T. Nemeth, F. Lud-

wig, J. Clarke, P. Merchant, and D. J. Lew, Phys. Rev. Lett. **74**, 3265 (1995).

⁷ D. M. Mittleman, J. Cunningham, M. C. Nuss, and M. Geva, Appl. Phys. Lett. **71**, 16 (1997).

⁸ R. Shimano, Y. Ino, Yu. P. Svirko, and M. Kuwata-Gonokami, Appl. Phys. Lett. **81**, 199 (2002).

⁹ Y. Ikebe, and R. Shimano, Appl. Phys. Lett. **92**, 012111 (2008).

¹⁰ 用いた試料では観測を行った 3 K において十分にスピン縮重しているとみなせるため、 N は偶数値をとっていると考えられる。

¹¹ 例えば、初貝安弘、青木秀夫、*固体物理* **45**, 457 (2010)。

¹² Y. Zheng and T. Ando, *Phys. Rev. B* **65**, 245420 (2002).

¹³ T. Kawarabayashi, T. Morimoto, Y. Hatsugai, and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **82**, 195426 (2010).

¹⁴ I. Crassee et al., *Nature Physics* (2010), on-line publication
DOI: 10.1038/NPHYS1816.